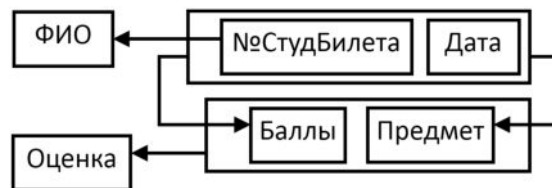


**Вариант D1** (страница 1 из 2)

1. Найти объем тела, прямоугольные декартовы координаты точек которого удовлетворяют неравенствам:  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ ,  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $x^2 + y^2 \leq z^2$ ,  $z \geq 0$ .
2. В треугольнике  $ABC$  медиана  $CM$  и высота  $BH$  лежат на прямых  $x + 6y - 43 = 0$  и  $x - y - 2 = 0$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если координаты точки  $A$  равны  $(4, 4)$ . Система координат декартова прямоугольная.
3. Дан массив  $a$  из  $N$  целых чисел ( $N > 1$ ). Напишите фрагмент программы, который формирует в переменной `pairs` количество пар соседних элементов, имеющих одинаковую четность. Во фрагменте должен быть ровно один цикл типа `for`, и, возможно, другие операторы, кроме операторов цикла и безусловного перехода. Изначально переменная `pairs` не инициализирована. Дополнительные массивы не заводить. Возможные языки реализации - C, C++, Паскаль.
4. Дано тело реляционного отношения с первичным ключом {№СтудБилета, Дата}:

Дата	№СтудБилета	ФИО	Предмет	Баллы	Оценка
1 июня	101	Образцов В. В.	ООАП	90	отлично
1 июня	102	Прогоулкина М. П.	ООАП	90	отлично
1 июня	103	Шаблонов А. А.	ВВФП	75	удовл
6 июня	101	Образцов В. В.	ФМРП	75	хорошо
6 июня	102	Прогоулкина М. П.	ФМРП	100	отлично
6 июня	103	Шаблонов А. А.	РС	90	хорошо

Все значения, указанные в записи тела отношения, атомарны. Функциональные зависимости в отношении заданы диаграммой:



Определите самую старшую из нормальных форм, в которых находится данное отношение. Затем, используя теорему Хита, выполните для данного отношения декомпозицию без потерь на независимые проекции так, чтобы все полученные отношения находились в третьей нормальной форме, и чтобы количество полученных отношений было минимальным. В ответе укажите число, составленное следующим способом: первая (слева) цифра – номер самой старшей нормальной формы, в которой находится данное отношение; вторая цифра – количество отношений, полученных после декомпозиции, оставшиеся цифры – количества кортежей в каждом полученном отношении (укажите их по неубыванию). Например, число 441233, указанное в ответе, означает, что данное отношение находится в четвёртой нормальной форме, что после декомпозиции получается четыре отношения, что если упорядочить эти отношения по неубыванию количества кортежей в них, то в первом содержится один кортеж, во втором – два кортежа, в третьем и четвёртом – по три кортежа.

5. Найти значение выражения  $y(e^5)$ , где  $y(x)$  – решение дифференциального уравнения:  $y'(x) - 4x^{-1} = -x^{-7}e^{2y(x)}$ , удовлетворяющее начальному условию:  $y(2) = 3 \ln 2$ .
6. Найти количество попарно неизоморфных шестивершинных связных графов без петель, кратных ребер и циклов.
7. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы.  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ ,  $\eta$  принимает значения  $-1$  и  $1$  с вероятностями  $0.1$  и  $0.9$  соответственно. Вычислить  $P(\xi \cdot \eta \in [-0.5, 0.5])$ .

8. Найти значения коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , при которых разностная схема

$$\frac{\alpha u_{n+1} + 2u_n + u_{n-1}}{\tau} = \beta f_n + \gamma f_{n-1}, \quad u_0, u_1 - \text{заданы};$$
$$u_n = u(t_n), f_n = f(u(t_n)), t_n = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots;$$

аппроксимирует уравнение  $u'(t) = f(u(t))$  в узле  $t_n$  ( $n > 1$ ) со вторым порядком по  $\tau$ .

9. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x, 2x+2)}{x^2}$ , где  $u(x, t)$  – решение следующей задачи о распространении волн

$$\begin{cases} u_{tt} = \frac{1}{4}u_{xx}, & 0 < x < \infty, t > 0; \\ u_x(0, t) = 0, & t \geq 0; \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 1 - |x - 1|, & 0 \leq x < \infty. \end{cases}$$