

Универсиада по математике в магистратуру (2022)

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\cos(7x) - \cos(3x)}.$$

2. Выяснить, является ли система векторов

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

линейно зависимой, или линейно независимой.

3. Разложить в степенной ряд по степеням x функцию

$$f(x) = \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

Указать область сходимости полученного степенного ряда.

4. Найти решение задачи Коши

$$y'(x) - \frac{y(x)}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = \frac{3}{2}.$$

5. Совместное распределение случайных величин X и Y задано следующей таблицей.

$Y \setminus X$	0	1	4
-2	0.1	0.1	0.2
2	0.1	0.3	0.2

Найти условное математическое ожидание случайной величины Y при $X = 1$.

6. В связном графе (без петель и кратных ребер) G , в котором ровно один цикл, степень любой вершины равна либо 1, либо 2, либо 4, причем вершин степени 1 равно 2022. Найти в графе G число вершин степени 4.

7. Дана такая хэш-таблица, заполненная ключами, что в ней используется первичная функция хэширования $h_1(k) = k \% 13$ и вторичная функция хэширования $h_i(k) = (h_{i-1}(k) + 5) \% 13$ для разрешения коллизий. Знак $\%$ означает взятие остатка при делении нацело.

h(key)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
key		51	15	63	64		43	28		56		32	41

Восстановить один из возможных порядков, в котором данные ключи были добавлены в хэш-таблицу. Свой ответ обосновать.