

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова  
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова  
в городе Сарове

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор филиала МГУ в  
городе Сарове  
**/В.В. Воеводин/**



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**«Вероятностные модели»**

**Уровень высшего образования:**

**магистратура**

**Направление подготовки / специальность:**

**02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" (3++)**

**Направленность (профиль)/специализация ОПОП:**

**Суперкомпьютерные технологии и фундаментальная информатика**

**Форма обучения:**

**очная**

Саров 2022

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" программы магистратуры - приказ МГУ 30 августа 2019 года № 1054 (в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109)

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:

дисциплина относится к базовой части ОПОП ВО (Модуль «Математическое моделирование сложных систем и процессов»), изучается в первом семестре.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть): отсутствуют

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю):

<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>	
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, формулировать научно-обоснованные гипотезы, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности.	<b>Знать</b> историю развития прикладной математики и информатики, особенности возникновения и развития основных методов, понятий, идей, научных теорий в прикладной математике и информатике; методы критического анализа проблемных ситуаций в области прикладной математики и информатики; методологию научного познания. <b>Уметь</b> Критически анализировать проблемные ситуации в области прикладной математики и информатики на основе системного подхода <b>Владеть</b> Способен формулировать научно-обоснованные гипотезы в профессиональной области.
ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационно-коммуникационных технологий.	<b>Знать:</b> Актуальные проблемы современной прикладной математики и информатики; <b>Уметь:</b> анализировать источники информации для поиска новых актуальных проблем и способов их решения; <b>Владеть:</b> навыками применения передовых технологий для решения задач прикладной математики и информатики.
ПК-1. Способен в рамках задачи, поставленной специалистом более высокой квалификации, определять теоретическую основу и методологию исследования, разрабатывать план исследования в области информатики и информационно-коммуникационных технологий.	<b>Знать:</b> Компьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения математического моделирования и обработки данных; типовые методики проведения исследования в области информатики и информационно-коммуникационных технологий; современные методы построения и исследования вычислительных алгоритмов для решения основных классов задач, возникающих в современной науке и технике. <b>Уметь:</b> Создавать математические модели реальных явлений и процессов; разрабатывать план исследования математических моделей реальных явлений и процессов; анализировать вычислительные алгоритмы, определять область их применимости; оценивать новизну вычислительных алгоритмов

	<p><b>Владеть:</b> Способность разрабатывать план исследования в области информатики и информационно-коммуникационных технологий; методами построения и исследования вычислительных алгоритмов для решения основных классов задач, возникающих в современной науке и технике.</p>
<p>МПК-1 Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современные суперкомпьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах.</p>	<p><b>Знать:</b> компьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах.</p> <p><b>Уметь:</b> применять в исследовательской и прикладной деятельности современные компьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками разработки программ для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах.</p>

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 36 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 72 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),  Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы	Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости* (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы				
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Тема 1. Понятие вероятностной модели	8		16	24	опрос
Тема 2. Асимптотические вероятностные модели	8		16	24	опрос
Тема 3. Математические модели информации и неопределённости	8		16	24	опрос
Тема 4. Пуассоновский процесс	6		12	18	опрос
Тема 5. Случайные суммы	6		12	18	
Другие виды самостоятельной работы (отсутствуют)	—	—			—
Промежуточная аттестация (экзамен)					
<b>Итого</b>	<b>36</b>		<b>72</b>	<b>108</b>	—

## 5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Тема 1. Понятие вероятностной модели	Понятие вероятностной модели. Подходы к математическому описанию случайности. Парадокс Бертрана. Аксиоматика Колмогорова. Условия практической применимости вероятностных моделей, основанных на аксиоматике Колмогорова. Математические модели центра и разброса случайной величины. Независимость. Ковариация, коэффициент корреляции.
2.	Тема 2. Асимптотические вероятностные модели	Асимптотические вероятностные модели. Основные предельные теоремы теории вероятностей: закон больших чисел, теорема Пуассона, центральная предельная теорема. Оценки точности нормальной аппроксимации для сумм независимых случайных величин. Безгранично делимые и устойчивые распределения вероятностей. Теоремы Леви и Хинчина.
3.	Тема 3. Математические модели информации и неопределённости	Математические модели информации и неопределённости. Энтропия как мера неопределённости. Дифференциальная энтропия. Экстремальные информационные свойства равномерного, показательного и нормального законов распределения.
4.	Тема 4. Пуассоновский процесс	Пуассоновский процесс. Пуассоновский процесс как модель хаотических распределений во времени. Информационные свойства пуассоновского процесса.
5.	Тема 5. Случайные суммы	Случайные суммы. Теорема Реньи. Теорема переноса. Аналог теоремы Пуассона для случайных сумм.

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Примеры тестов.

№	Задания	Варианты ответов												
		1	2	3	4	5								
1.	Студент знает 10 из 30 вопросов программы. Найти вероятность того, что он знает 3 вопроса из 3-х ему предложенных.	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{113}$	$\frac{6}{203}$	$\frac{5}{74}$								
2.	Один завод производит в два раза больше приборов, чем другой. Вероятность безотказной работы прибора первого завода – 0,8; второго – 0,9. Случайно взятый прибор отказал. Какова вероятность, что он сделан на 2-м заводе?	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$								
3.	Дискретная случайная величина $X$ задана рядом распределения <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>p</math></td> <td>0,1</td> <td><math>p_2</math></td> <td>0,5</td> </tr> </table> . Найти $D(X)$ .	$X$	1	2	3	$p$	0,1	$p_2$	0,5	0,42	0,24	0,2	0,22	0,44
$X$	1	2	3											
$p$	0,1	$p_2$	0,5											
4а.	Найти вероятность того, что при 10 подбрасываниях монеты герб появится ровно 5 раз.	$\frac{1}{2}$	$\frac{32}{125}$	$\frac{21}{362}$	$\frac{63}{256}$	$\frac{27}{64}$								
4б.	Устройство состоит из 1000 элементов с вероятностью отказа для каждого за время $T$ , равной 0,002. Найти вероятность того, что за время $T$ откажет хотя бы 1 элемент.	$e^{-2}$	$1-e^{-1}$	$1-e$	$e^{-1}$	$1-e^{-2}$								

5.	Непрерывная случайная величина $X$ задана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$ Найти среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ .	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{12}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
----	--	----------------------	---------------	-----------------------	---------------	----------------

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

Вопросы к экзамену

1. Вероятностные модели и парадокс Бертрана.
2. Математическая модель центра случайной величины.
3. Математическая модель разброса случайной величины.
4. Случайные величины. Зависимость событий и случайных величин.
5. Виды сходимости случайных величин. Центральная предельная теорема, оценка скорости сходимости в ЦПТ.
6. Закон больших чисел, оценка скорости сходимости в ЗБЧ.
7. Распределение Пуассона, теорема Пуассона и ее обобщение.
8. Устойчивые и безгранично делимые распределения. Теоремы Леви и Хинчина.
9. Информация и энтропия. Свойства.
10. Дифференциальная энтропия, свойства некоторых распределений.
11. Определение пуассоновского процесса.
12. Информационные свойства пуассоновского процесса.
13. Случайные суммы, основные свойства, пуассоновские случайные суммы.
14. Геометрические случайные суммы, теорема Реньи, связь между геометрическими и пуассоновскими случайными суммами.
15. Теорема переноса. Аналог теоремы Пуассона для случайных сумм.

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине</b>				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
<b>Знания</b> (виды оценочных средств: опрос, тесты)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> (виды оценочных средств: практические задания)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

## 7. Ресурсное обеспечение:

### 7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

#### Основная литература

1. Ульянов, Владимир Васильевич, Математические основы теории вероятностей : учеб. пособие. / В. В. Ульянов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. вычисл. математики и кибернетики, Каф. мат. статистики. - М. : МАКС Пресс, 2018. - 94, [2] с.
2. Пагурова, Вера Игнатьевна, Аппроксимации распределений и их моментов : учеб. пособие. / В. И. Пагурова ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. вычисл. математики и кибернетики. - М. : МАКС Пресс, 2016. - 64, [1] с.

## Дополнительная литература

1. Ивченко, Григорий Иванович, Дискретные распределения : вероятност.-стат. справ.. Многомерные распределения / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. - М. : URSS : ЛЕНАНД, 2016. - 329 с.
2. Геворкян, Павел Самвелович, Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студентов вузов. / П. С. Геворкян, А. В. Потемкин, И. М. Эйсымонт. - М. : Физматлит, 2016. - 176 с.
3. Журавлев, Сергей Георгиевич, Теория случайных процессов : корреляц. теория, спектр. теория, основные понятия и положения теории случайн. потоков : [учеб.-метод. комплекс]. / С. Г. Журавлев, С. В. Киреева. - М. : URSS : ЛЕНАНД, 2018. - 227 с.

### 7.2. Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства

При реализации дисциплины может быть использовано следующее программное обеспечение:

1. Программный продукт Red Hat Enterprise Linux Server for HPC Compute Node for Power, LE, Self-support
2. Программный продукт Red Hat Enterprise Linux Server for HPC Head Node for Power, LE, Standard
3. Операционная система SUSE Linux Enterprise Server 11 SP4 for x86\_64
4. Операционная система Red Hat Enterprise Linux Server 5.0 for x86\_64
5. Операционная система SUSE Linux Enterprise Server 10 SP3 for ppc64
6. Операционная система Ubuntu 18.04.
7. Программное обеспечение для виртуализации Oracle VM VirtualBox
8. Операционная система ALT Linux MATE Starterkit 9 лицензия GPL
9. Программный продукт JetBrains IntelliJ IDEA Community Edition Free Educational Licenses
10. Программный продукт JetBrains PyCharm Community Edition Free Educational Licenses
11. Программный продукт JetBrains CLion Community Edition Free Educational Licenses
12. Программный продукт UPPAAL (<http://www.uppaal.org/>) академическая лицензия
13. Программный продукт Java 8 (64-bit) Oracle Corporation
14. Программный продукт Java SE Development Kit 8(64-bit) Oracle Corporation
15. Программный продукт NetBeans IDE 8.2 NetBeans.org
16. Программный продукт Dev-C++ Bloodshed Software
17. Программный продукт CodeBlocks The Code::Blocks Team

18. Программный продукт Free Pascal 3.0.0 Free Pascal Team
19. Программный продукт Python 3.5.1 (64-bit) Python Software Foundation
20. Программный продукт R for Windows 3.2.2 R Core Team
21. Программный продукт Haskell Platform 7.10.3 Haskell.org
22. Операционная система Microsoft Windows 7 корпоративная академическая лицензия
23. Операционная система Microsoft Windows 10 Education академическая лицензия
24. Программный продукт Microsoft Project Professional 2013 академическая лицензия
25. Программный продукт Microsoft Visio Professional 2013 академическая лицензия
26. Программный продукт Microsoft Visual Studio Professional 2013 - RUS [Русский (Россия)] академическая лицензия

#### 7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. <http://www.edu.ru> – портал Министерства образования и науки РФ
2. <http://www.ict.edu.ru> – система федеральных образовательных порталов «ИКТ в образовании»
3. <http://www.openet.ru> - Российский портал открытого образования
4. <http://www.mon.gov.ru> - Министерство образования и науки Российской Федерации
5. <http://www.fasi.gov.ru> - Федеральное агентство по науке и инновациям

#### 7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; Российская академия наук, Отделение математических наук. - М. : [б. и.], 2010. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.  
URL: <http://www.mathnet.ru>
2. Университетская библиотека Online [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система / ООО "Директ-Медиа" . - М. : [б. и.], 2001. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. Универсальные базы данных East View [Электронный ресурс] : информационный ресурс / East View Information Services. - М. : [б. и.], 2012. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.  
URL: [www.ebiblioteka.ru](http://www.ebiblioteka.ru)
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : информационный портал / ООО "РУНЭБ" ; Санкт-Петербургский государственный университет. - М. : [б. и.], 2005. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.  
URL: [www.eLibrary.ru](http://www.eLibrary.ru)

#### 7.5. Описание материально-технического обеспечения.

Филиал МГУ в г.Сарове, ответственный за реализацию данной Программы, располагает соответствующей материально-технической базой, включая современную вычислительную технику, объединенную в локальную вычислительную сеть, имеющую выход в Интернет.

Используются специализированные компьютерные классы, оснащенные современным оборудованием. Материальная база факультета соответствует действующим санитарно-техническим нормам и обеспечивает проведение всех видов занятий (лабораторной, практической, дисциплинарной и междисциплинарной подготовки) и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом.

8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.

9. Разработчик (разработчики) программы.  
профессор д.ф.-м.н. Королев В.Ю.