

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова
в городе Сарове

УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала МГУ в городе
Сарове

/В.В. Воеводин/



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Численные методы

Уровень высшего образования:

магистратура

Направление подготовки / специальность:

02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" (3++)

Направленность (профиль)/специализация ОПОП:

Суперкомпьютерные технологии и фундаментальная информатика

Форма обучения:

очная

Саров 2022

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова
в городе Сарове

УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала МГУ в городе
Сарове

 /В.В. Воеводин/

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Численные методы

Уровень высшего образования:

магистратура

Направление подготовки / специальность:

02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" (3++)

Направленность (профиль)/специализация ОПОП:

Суперкомпьютерные технологии и фундаментальная информатика

Форма обучения:

очная

Саров 2022

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" программы магистратуры - приказ МГУ 30 августа 2019 года № 1054 (в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в магистратуре

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии"

Направленность (профиль) Суперкомпьютерные технологии и фундаментальная информатика

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть магистерской образовательной программы «**Вычислительные методы и методика моделирования**», изучается во 1-м семестре.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, формулировать научно-обоснованные гипотезы, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности.	Знать историю развития прикладной математики и информатики, особенности возникновения и развития основных методов, понятий, идей, научных теорий в прикладной математике и информатике; методы критического анализа проблемных ситуаций в области прикладной математики и информатики; методологию научного познания. Уметь Критически анализировать проблемные ситуации в области прикладной математики и информатики на основе системного подхода

	<p>Владеть Способен формулировать научно-обоснованные гипотезы в профессиональной области.</p>
<p>ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы в области прикладной математики, фундаментальной информатики и информационно-коммуникационных технологий.</p>	<p>Знать: Актуальные проблемы современной прикладной математики и информатики; Уметь: анализировать источники информации для поиска новых актуальных проблем и способов их решения; Владеть: навыками применения передовых технологий для решения задач прикладной математики и информатики.</p>
<p>ПК-1. Способен в рамках задачи, поставленной специалистом более высокой квалификации, определять теоретическую основу и методологию исследования, разрабатывать план исследования в области информатики и информационно-коммуникационных технологий.</p>	<p>Знать: Компьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения математического моделирования и обработки данных; типовые методики проведения исследования в области информатики и информационно-коммуникационных технологий; современные методы построения и исследования вычислительных алгоритмов для решения основных классов задач, возникающих в современной науке и технике. Уметь: Создавать математические модели реальных явлений и процессов; разрабатывать план исследования математических моделей реальных явлений и процессов; анализировать вычислительные алгоритмы, определять область их применимости; оценивать новизну вычислительных алгоритмов Владеть: Способность разрабатывать план исследования в области информатики и информационно-коммуникационных технологий; методами построения и исследования вычислительных алгоритмов для решения основных классов задач, возникающих в современной науке и технике.</p>
<p>ПК-2. Способен в рамках задачи, поставленной специалистом более высокой квалификации, проводить научные исследования и (или) осуществлять разработки в области информатики и информационно-коммуникационных технологий с получением научного и (или) научно-практического результата.</p>	<p>Знать: Принципы выбора математических моделей реальных явлений и процессов; типовые методы и алгоритмы исследования моделей реальных явлений и процессов. Уметь: создавать алгоритмические и математические модели типовых прикладных задач; проводить формализацию задачи, строить описательные и прогнозные модели с помощью современных программных аналитических средств,</p>

	оценивать и интерпретировать полученные результаты. Владеть: опыт проведения научных исследований в области информатики и информационно-коммуникационных технологий с получением научного или научно-практического результата.
МПК-1 Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современные суперкомпьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах.	Знать: компьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах. Уметь: применять в исследовательской и прикладной деятельности современные компьютерные технологии, математический аппарат, вычислительные методы для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах; Владеть: навыками разработки программ для проведения крупномасштабного математического моделирования и обработки данных на современных высокопроизводительных вычислительных системах.

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов.

36 часов занятий лекционного типа, 18 часов занятий семинарского типа, 54 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, уравнениям математической физики, прикладному программированию в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекционно-семинарская система обучения с использованием информационно-коммуникативных технологий.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе дается изложение алгоритмических основ численных методов инженерных и научных вычислений. Материал охватывает все основные разделы численного анализа: интерполирование функций, численное интегрирование, прямые и итерационные методы линейной алгебры, спектральные задачи, системы нелинейных уравнений, задачи минимизации функций, интегральные уравнения, краевые задачи и задачи с начальными данными для обыкновенных уравнений и уравнений с частными производными. Навыки практического использования численных методов отрабатываются при решении типовых задач с использованием библиотек численного анализа.

The course presents the algorithmic foundations of numerical methods for engineering and scientific calculations. The content of the course includes all primary sections of numerical analysis: interpolation of functions, numerical integration, direct and iterative methods of linear algebra, spectral problems, systems of nonlinear equations, minimization problems, integral equations, boundary and initial data problems for ordinary equations and partial differential equations. Skills in the practical use of numerical methods are perfected by solving typical problems using numerical analysis libraries.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа учащегося, часы		
		из них						из них		
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего		
Тема 1. Инженерные и научные исследования	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>Теоретические и экспериментальные исследования, математическое моделирование</p> <p>Вычислительные технологии инженерных и научных исследований:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Математические модели; 2. Численные методы; 3. Прикладное программное обеспечение <p>Разработка программного обеспечения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Алгоритмические языки; 2. Библиотеки инженерных и научных вычислений; 3. Вычислительные платформы численного анализа 										
<p>Тема 2. Интерполирование и приближение функций</p> <p>Задачи интерполяции и приближения функций</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>Алгоритмы интерполяции и приближения функций:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Полиномиальная интерполяция; 2. Интерполяционные сплайны; 3. Приближение функций в нормированном пространстве <p>Практические упражнения и задачи</p>										
<p>Тема 3. Численное интегрирование</p> <p>Задачи приближенного вычисления интегралов</p> <p>Алгоритмы приближенного вычисления интегралов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Классические квадратурные формулы составного типа; 2. Квадратурные формулы интерполяционного типа; 3. Квадратурные формулы Гаусса <p>Практические упражнения и задачи</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>Тема 4. Прямые методы линейной алгебры</p> <p>Задачи решения систем линейных уравнений</p> <p>Алгоритмы решения систем линейных уравнений: 1. Обусловленность матрицы и оценки точности решения систем линейных уравнений; 2. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений; 3. Метод квадратного корня</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3
<p>Тема 5. Итерационные методы линейной алгебры</p> <p>Итерационное решение систем линейных уравнений</p> <p>Итерационные алгоритмы линейной алгебры: 1. Классические итераци-</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>онные методы; 2. Двухслойные итерационные методы; 3. Итерационные методы вариационного типа</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>										
<p>Тема 6. Спектральные задачи линейной алгебры</p> <p>Собственные значения и собственные вектора матриц</p> <p>Численные методы решения задач на собственные значения: 1. Свойства собственных значений и собственных векторов; 2. Итерационные методы решения частичной проблемы собственных значений; 3. Решение полной проблемы собственных значений</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>Тема 7. Нелинейные уравнения и системы</p> <p>Решение нелинейных уравнений и систем</p> <p>Итерационные методы решения нелинейных уравнений: 1. Алгоритмы для решения нелинейного уравнения; 2. Методы решения систем нелинейных уравнений</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3
<p>Тема 8. Задачи минимизации функций</p> <p>Поиск минимума функции многих переменных</p> <p>Методы решения задач оптимизации: 1. Поиск минимума функции одной переменной; 2. Минимизация функций многих переменных; 3. Задачи условной ми-</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>нимизации</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>										
<p>Тема 9. Интегральные уравнения</p> <p>Задачи для интегральных уравнений</p> <p>Методы решения интегральных уравнений: 1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода;</p> <p>2. Интегральные уравнения с переменными пределами интегрирования;</p> <p>3. Интегральное уравнение Фредгольма первого рода</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3
<p>Тема 10. Задача Коши для дифференциальных уравнений</p> <p>Задачи с начальными условиями для систем обыкновенных</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>дифференциальных уравнений</p> <p>Численные методы решения задачи Коши:</p> <p>1. Методы Рунге—Кутты;</p> <p>2. Многошаговые методы;</p> <p>3. Жесткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>										
<p>Тема 11. Краевые задачи для дифференциальных уравнений</p> <p>Одномерные краевые задачи</p> <p>Разностные методы решения краевых задач:</p> <p>1. Аппроксимация краевых задач;</p> <p>2. Сходимость разностных схем</p> <p>3. Решение сеточных уравнений</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3
<p>Тема 12. Краевые зада-</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

<p>чи для эллиптических уравнений</p> <p>Двумерные краевые задачи</p> <p>Разностные методы решение краевых задач: 1. Аппроксимация краевых задач для эллиптических уравнений; 2. Принцип максимума; 3. Решение сеточных уравнений</p> <p>Практические упражнения и задачи</p>										
<p>Тема 13. Метод конечных элементов</p> <p>Вариационная формулировка эллиптических краевых задач</p> <p>Алгоритмические основы метода конечных элементов: 1. Триангуляция прямоугольника; 2. Конечно-элементная аппроксимация; 2. Дискретная задача</p>	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

Практические упражнения и задачи										
Тема 14. Метод конечных объемов Инвариантные формулировки краевых задач Алгоритмические основы метода конечных объемов: 1. Нерегулярная расчетная сетка; 2. Инвариантные сеточные операторы; 3. Дискретная задача Практические упражнения и задачи	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3
Тема 15. Нестационарные задачи математической физики Нестационарные краевые задачи Разностные методы решения нестационарных задач: 1. Двухслойные операторно-разностные схемы 2. Устойчивость двухслойных разностных схем	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3

3. Разностные схемы для параболического уравнения Практические упражнения и задачи											
Тема 16. Методы декомпозиции (расщепления) Многомерные нестационарные задачи Алгоритмы расщепления: 1. Расщепление оператора задачи; 2. Явно-неявные схемы; 3. Схемы расщепления Практические упражнения и задачи	6	2	1	-	-	-	3	3	-	3	
Экзамен	12	6	-	-	-	-	6	-	6	6	
Итого	108						54	54			

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к практическим занятиям, зачету и экзамену.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная учебно-методическая литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 636 с.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы*. М.: Наука, 1989. — 432 с.
3. Вабищевич П.Н. *Численные методы: Вычислительный практикум*. — М.: ЛИБРОКОМ, 2010. — 320 с.

Дополнительная учебно-методическая литература

1. Амосов А.А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. *Вычислительные методы*. СПб.: Лань, 2014. — 672 с.
2. Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. *Численные методы : в 2 кн. Кн. 1. Численный анализ*. М.: Академия, 2013. — 300 с.
3. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. *Численные методы : в 2 кн. Кн. 2. Методы математической физики*. М.: Академия, 2013. — 304 с.
4. Kincaid D.K., Cheney E. W. *Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing*. American Mathematical Society, 2002. — xiv, 788 p.
4. Kong Q., Siauw T., Bayen A. *Python Programming and Numerical Methods: A Guide for Engineers and Scientist*. Elsevier, 2021. — xxiv, 456 p.
5. Johansson R. *Numerical Python: Scientific Computing and Data Science Applications with Numpy, SciPy and Matplotlib*. Berkeley: Apress, 2019. — xxiii, 700 p.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<https://www.python.org/>

<https://www.spyder-ide.org/>

<https://matplotlib.org/>

<https://numpy.org/>

<https://scipy.org/>

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

В процессе обучения используются сводное программное обеспечение: программное окружение Python, интегрированная среда разработки Spyder, библиотека визуализации Matplotlib, библиотеки инженерных и научных вычислений NumPy и SciPy.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный интерактивной или меловой доской и средствами интерактивной видео-трансляции.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Д.ф.- м.н., профессор Вабищевич Петр Николаевич

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине «Численные методы»

Промежуточная аттестация состоит из индивидуального собеседования, проверяющего приобретенные знания.

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ	КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
Знать: Алгоритмические основы базовых численных методов инженерных и научных вычислений; Ключевые особенности методов приближенного решения задач для уравнений с частными производными	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления об алгоритмических основах базовых численных методов, ключевых особенностях методов решения задач для уравнений с частными производными.	В целом сформированные, но неполные знания об алгоритмических основах базовых численных методов, ключевых особенностях методов решения задач для уравнений с частными производными.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания об алгоритмических основах базовых численных методов, ключевых особенностях методов решения задач для уравнений с частными производными.	Сформированные систематические знания об алгоритмических основах базовых численных методов, ключевых особенностях методов решения задач для уравнений с частными производными.	индивидуальное собеседование
Уметь: Использовать численные методы при решении прикладных задач; Разрабатывать прикладное про-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения по использованию численных методов при решении прикладных задач и разработке прикладного про-	В целом сформированное, но не систематическое умение по использованию численных методов при решении прикладных задач и разработке	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение по использованию численных методов при решении при-	Сформированное систематическое умение по использованию численных методов при решении при-	индивидуальное собеседование

граммное обеспечение на основе библиотек численного анализа		граммного обеспечения на основе библиотек численного анализа	прикладного программного обеспечения на основе библиотек численного анализа	кладных задач и разработке программного обеспечения на основе библиотек численного анализа	разработке прикладного программного обеспечения на основе библиотек численного анализа	
Владеть: Навыками разработки вычислительных алгоритмов для инженерных и научных исследований; Методологией компонентного программирования при разработке прикладного программного обеспечения	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками разработки вычислительных алгоритмов для инженерных и научных исследований и методологией компонентного программирования при разработке прикладного программного обеспечения	В целом сформированное, но не систематическое владение навыками разработки вычислительных алгоритмов для инженерных и научных исследований и методологией компонентного программирования при разработке прикладного программного обеспечения	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками разработки вычислительных алгоритмов для инженерных и научных исследований и методологией компонентного программирования при разработке прикладного программного обеспечения	Сформированное систематическое владение навыками разработки вычислительных алгоритмов для инженерных и научных исследований и методологией компонентного программирования при разработке прикладного программного обеспечения	индивидуальное собеседование

Фонды оценочных средств

Список вопросов для индивидуального собеседования на этапе аттестации

1. Вычислительные технологии инженерных и научных вычислений
2. Разработка прикладного программного обеспечения теоретических исследований

3. Алгоритмы полиномиальной интерполяция
4. Интерполяционные сплайны
5. Приближение функций в нормированном пространстве
6. Классические квадратурные формулы составного типа
7. Квадратурные формулы интерполяционного типа
8. Квадратурные формулы Гаусса
9. Обусловленность матрицы и оценки точности решения систем линейных уравнений
10. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений
11. Метод квадратного корня
12. Классические итерационные методы
13. Двухслойные итерационные методы
14. Итерационные методы вариационного типа
15. Свойства собственных значений и собственных векторов
16. Итерационные методы решения частичной проблемы собственных значений
17. Решение полной проблемы собственных значений
18. Алгоритмы для решения нелинейного уравнения
19. Методы решения систем нелинейных уравнений
20. Поиск минимума функции одной переменной
21. Минимизация функции многих переменных
22. Задачи условной минимизации
23. Алгоритмы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода
24. Алгоритмы решения интегральных уравнений с переменными пределами интегрирования
25. Алгоритмы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода
26. Методы Рунге—Кутты решения задачи Коши
27. Многошаговые методы решения задачи Коши
28. Численное решение жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений
29. Разностная аппроксимация краевых задач для одномерного уравнения второго порядка
30. Сходимость разностных схем
31. Решение одномерных сеточных уравнений
32. Разностная аппроксимация краевых задач для эллиптических уравнений
33. Принцип максимума для разностного решения
34. Решение двумерных сеточных уравнений
35. Конечно-элементная триангуляция прямоугольника
36. Конечно-элементная аппроксимация

37. Дискретная задача в методе конечных элементов
38. Нерегулярная расчетная сетка
39. Инвариантные сеточные операторы
40. Дискретная задача в методе конечных объемов
41. Двухслойные операторно-разностные схемы
42. Устойчивость двухслойных разностных схем
43. Разностные схемы для параболического уравнения
44. Расщепление оператора задачи
45. Явно-неявные схемы
46. Схемы расщепления

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Выполнение домашних заданий для текущего контроля успеваемости и экзаменационного задания промежуточного контроля оценивается по пятибалльной системе. Итоговая оценка вычисляется как среднее арифметическое полученных результатов.