

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова
в городе Сарове

УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала МГУ

в городе Сарове



/В.В. Воеводин/

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

«Сопряженные уравнения и методы оптимального управления»

Уровень высшего образования:

Подготовка магистров (неинтегрированная магистратура)

Направление подготовки (специальность):

«Прикладная математика и информатика» (01.04.02)(3++)

Направленность (профиль) ОПОП:

«Вычислительные методы и методика моделирования»

Форма обучения:

Очная

Саров 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы магистратуры в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2020 г. №1366.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сопряженные уравнения и методы оптимального управления

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в магистратуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика». Направленность (профиль) «Математические и компьютерные методы решения задач естествознания». Образовательная программа «Вычислительные методы и методика моделирования».

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть магистерской образовательной программы «Вычислительные методы и методика моделирования», изучается во 2 –ом и 3-ем семестре

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

| Формируемые компетенции | Планируемые результаты обучения |
|--|---|
| Использовать современные численные и аналитические методы для решения задач математической физики, алгебры, интегральных и дифференциальных уравнений, в том числе для решения многомерных задач механики и электродинамики сплошных сред, теплопереноса, конвекции-диффузии и в других, практически интересных, областях (МКП-2). | З1 Знать: Теоретические основы и методы решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях У1 Уметь: Осуществлять приложение теории сопряженных уравнений, теории оптимального управления, итерационных алгоритмов для операторных уравнений к построению методов решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях |

| | |
|--|--|
| | В1 Владеть Методами решения основных задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании и вычислительных процессах и приложениях. |
|--|--|

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, всего 144 часа.

72 часа составляет контактная работа с преподавателем – 34 часов занятий лекционного типа, 34 часа занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часа групповых консультаций, 0 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 4 часа промежуточной аттестации.

72 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, численным методам.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Технология концентрированного обучения, Технология критериально - ориентированного обучения (полного усвоения).

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В современном обществе всевозрастающую роль играют разнообразные обратные задачи, задачи управления сложными процессами, задачи идентификации, задачи усвоения данных наблюдений в математических моделях и др. Поэтому насущной проблемой в образовательном процессе является изучение методологий эффективного решения данных задач. Некоторые из таких методологий представлены в настоящем курсе лекций. Они базируются на подходах и результатах нескольких разделов современной математики: теории сопряженных уравнений, теории оптимального управления системами с распределёнными параметрами, теории линейных уравнений в банаховых пространствах, теории некорректно поставленных задач и общих методах их решения, современных итерационных алгоритмах для операторных уравнений.

Настоящий курс предназначен прежде всего для студентов и аспирантов, прослушавших основы теории задач математической физики и вычислительной математики. Однако в данном курсе в первой его части приводятся сведения (без доказательств) из теории дифференциальных уравнений, теории обратных задач, оптимального управления и ряда других разделов математики, необходимых для настоящего курса. Особое внимание уделяется теории сопряженных операторов и уравнений в силу их значимости в математическом моделировании, в теории разрешимости уравнений, в вычислительной и прикладной математике.

Студенты, изучившие настоящий курс, будут обладать методами и подходами решения задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, а также навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании и вычислительных процессах и приложениях.

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине | Всего (часы) | В том числе | | | | | | | | |
|--|---------------------------|---|-----------------------------|---|-------|-----------------------------|--|-------|---|-----------|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы | | | | | Самостоятельная работа учащегося, часы | | | |
| | | из них | | | | | из них | | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические контрольные занятия и др. | Всего | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератов и т.п.. | Всего | | |
| Тема 1. Введение в дисциплину и вспомогательные сведения из теории задач математической физики. 1. Понятие о математических моделях сложных физических процессах, об | 24 | 6 | 6 | - | - | - | 12 | 12 | - | 12 |

| | | | | | | | | | | |
|---|-----------|---|---|---|---|---|-----------|----|---|-----------|
| <p>обратных задачах, задачах управления. Цели курса и основные его разделы</p> <p>2. Основные классы функций. Понятие о дифференциальном уравнении с частными производными, о краевых и начальных условиях. Типичные примеры задач математической физики.</p> <p>3. Понятие об обратных задачах. Примеры обратных задач и задач управления.</p> <p>4. Задачи оптимального управления как форма обобщенных постановок задач.</p> | | | | | | | | | | |
| <p>Тема 2. Вспомогательные сведения из теории линейных операторов, экстремальных задач и линейных операторных уравнений</p> <p>1. Сведения из теории линейных пространств</p> <p>2. Линейные уравнения в банаховых пространствах. Сопряженные пространства и операторы</p> | 32 | 8 | 8 | - | - | - | 16 | 16 | - | 16 |

| | | | | | | | | | | |
|---|-----------|---|---|---|---|---|-----------|----|---|-----------|
| <p>3. Экстремальные задачи и методы их решения.</p> <p>4. Некорректные задачи и методы их решения</p> <p>5. Некоторые понятия теории оптимального управления</p> | | | | | | | | | | |
| <p>Тема 3. Исследование и методы решения обратных задач и задач управления для операторных уравнений</p> <p>1. Описание классов задач и этапов их исследования и решения.</p> <p>2. Некоторые условия разрешимости задач и единственности решений. Условие единственности решений. Условия разрешимости задач. Итерационные алгоритмы решения задач.</p> <p>3. Условие плотной ("аппроксимативной") разрешимости задач. Условие плотной разрешимости. Решение системы вариационных уравнений в задаче о плотной разрешимости. Итерационные алгоритмы решения задач</p> | 32 | 8 | 8 | - | - | - | 16 | 16 | - | 16 |

| | | | | | | | | | | |
|--|----|---|---|---|---|---|----|----|---|----|
| <p>4. Условие корректной разрешимости задачи. Корректная разрешимость. Сходимость регуляризованных решений. О приближённом решении задач</p> <p>5. Задачи на собственные значения в обратных задачах и оптимальном управлении.</p> <p>6. Дополнительные сведения об итерационных методах решения обратных задач и задач управления.</p> | | | | | | | | | | |
| <p>Тема 4. Приложения методов теории сопряженных уравнений и оптимального управления к решению обратных задач математической физики и задач управления.</p> <p>1. Некоторые уравнения и задачи математической физики</p> <p>2. Эллиптическая задача о внутренних источниках</p> <p>3. Задача точного управления для параболического уравнения</p> | 24 | 6 | 6 | - | - | 2 | 12 | 12 | - | 12 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|------------|---|---|---|---|---|-----------|-----------|---|-----------|--|
| 4. Параболическая задача о граничном управлении 5. Задача усвоения данных наблюдений 6. Обратная задача для возмущенной системы Стокса. 7. О решении других линейных обратных задач. | | | | | | | | | | | |
| Тема 5. Приложения в нелинейных задачах и в вычислительных процессах. 1. Подходы к решению нелинейных задач. Решение задачи о восстановлении функции источника в уравнении коагуляции-дробления 2. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в вычислительных процессах | 28 | 6 | 6 | - | - | - | 12 | 16 | - | 16 | |
| Промежуточная аттестация – 2 экзамена | 4 | - | - | - | - | - | 4 | - | - | - | |
| Итого | 144 | | | | | | 72 | 72 | | | |

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к практическим заданиям текущего контроля и промежуточной аттестации.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная учебно-методическая литература

Список литературы по дисциплине

а) Основная.

1. Агошков В.И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. -- М.: Институт вычислительной математики РАН, 2003г.

б) Дополнительная

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Часть 1. Изд-во «Проспект», Изд-во МГУ, Москва, 2004г.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1, М.: Наука, 1982. М.: Физматлит, 1998, 2004.

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987.

4. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. --- М.: Наука, 1981.

5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. --- М.: Наука, 1988.

6. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. --- М.: Изд-во МГУ, 1994.

7. Крейн С.Г. Линейные уравнения в банаховом пространстве. – М.: Наука, 1971.

8. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. --- М.: Наука, 1989.

9. Марчук Г.И. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. --- М.: Наука, 1992.

10. Марчук Г.И., Агошков В.И., Шутяев В.П. Сопряженные уравнения и методы возмущений в нелинейных задачах математической физики. --- М.: Наука, 1993.

11. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986.

12. Треногин В.А. Функциональный анализ. --- М.: Наука, 1980.

13. Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. --- Новосибирск: Научная книга, 1999.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<https://elibrary.ru>

<https://www.scopus.com>

<http://apps.webofknowledge.com>

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

Использование электронных образовательных ресурсов, электронных библиотек.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской, а также проектором и экраном и средствами интерактивной видеотрансляции.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

д.ф.м.н., профессор Агошков Валерий Иванович (agoshkov@inm.ras.ru)

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

«Сопряженные уравнения и методы оптимального управления в задачах математической физики»

Промежуточная аттестация экзамена, в ходе которого дается задание, проверяющее приобретенные учащимся умения и навыки, и проводится индивидуальное собеседование, проверяющее приобретенные знания.

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

| РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ | КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций | | | | | ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА |
|---|--|---|--|--|---|------------------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| | Неудовлетворительно | Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично | |
| Знать: теоретические основы и методы решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о теоретических основах и методах решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях. | В целом сформированные, но неполные знания теоретических основ и методах решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях. | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания теоретических основ и методах решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях. | Сформированные систематические знания теоретических основ и методах решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях. | индивидуальное собеседование |
| Уметь Осуществлять приложение | Отсутствие умений | Фрагментарные умения по приложению теории сопряженных | В целом сформированное, но не систематическое по прило- | Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение | Сформированное систематическое умение по прило- | Задание из экзаменационного билета |

| | | | | | | |
|---|--------------------|--|---|---|---|------------------------------------|
| теории сопряженных уравнений, теории оптимального управления, итерационных алгоритмов для операторных уравнений к построению методов решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях | | уравнений, теории оптимального управления, итерационных алгоритмов для операторных уравнений к построению методов решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях | жению теории сопряженных уравнений, теории оптимального управления, итерационных алгоритмов для операторных уравнений к построению методов решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях | по приложению теории сопряженных уравнений, теории оптимального управления, итерационных алгоритмов для операторных уравнений к построению методов решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях | жению теории сопряженных уравнений, теории оптимального управления, итерационных алгоритмов для операторных уравнений к построению методов решения обратных задач, задач управления сложными процессами, задач идентификации, задач усвоения данных наблюдений в математических моделях | |
| Владеть методами решения основных задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании | Отсутствие навыков | Фрагментарное владение методами решения основных задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании и вычислительных процессах и приложениях. | В целом сформированное, но не систематическое владение методами решения основных задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании и вы- | Сформированное, но содержащее отдельные пробелы владение методами решения основных задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании | Сформированное систематическое владение методами решения основных задач управления и обратных задач для сложных математических моделей, навыками применения теории сопряженных уравнений в математическом моделировании и | Задание из экзаменационного билета |

| | | | | | | |
|---|--|--|---------------------------------------|---|---|--|
| и вычислительных процессах и приложениях. | | | числительных процессах и приложениях. | и вычислительных процессах и приложениях. | вычислительных процессах и приложениях. | |
|---|--|--|---------------------------------------|---|---|--|

Фонды оценочных средств

Список вопросов для индивидуального собеседования на промежуточной аттестации.

1. Линейные операторы и функционалы. Сопряженные пространства.
2. Сопряженные, симметричные и самосопряженные операторы.
3. Приложения сопряженных операторов и уравнений в теории разрешимости уравнений, вычислительной математике, теории возмущений, теории чувствительности.
4. Линейные уравнения. Теория разрешимости линейных операторных уравнений. Уравнение $A^*Au = A^*f$. Уравнение $au + A^*Au = A^*f$.
5. Об итерационных методах решения линейных операторных уравнений.
6. Определения и сведения из нелинейного анализа.
7. Экстремальные задачи и критические точки функционалов. Методы минимизации функционалов.
8. Понятие о задаче оптимального управления. Условия оптимальности. О подходах к решению задач оптимального управления.
9. Некорректные, условно корректные задачи и понятие регуляризирующего оператора.
10. Метод М.М. Лаврентьева.
11. Метод В.К. Иванова.
12. Метод регуляризации А.Н. Тихонова.
13. Итерационные методы решения некорректных задач.
14. Описание классов обратных задач и задач управления и этапов их исследования и решения.
15. Формы записи вариационных уравнений.
16. Некоторые условия разрешимости задач и единственности решений. Итерационные алгоритмы решения задач.
17. Условие плотной ("аппроксимативной") разрешимости задач. Решение системы вариационных уравнений в задаче о плотной разрешимости. Итерационные алгоритмы решения задач.
18. Условие корректной разрешимости задачи. Сходимость регуляризированных решений.
19. Обобщенные постановки и решения задач математической физики. Сведение краевой задачи к операторному уравнению.
20. Эллиптическая задача о внутренних источниках.
21. Задача о локальном граничном управлении.
22. Задача точного управления для параболического уравнения.
23. Параболическая задача о граничном управлении.
24. Задача усвоения данных наблюдений.

25. Обратная задача для возмущенной системы Стокса.
26. Подходы к решению нелинейных задач.
27. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в применении к построению вычислительных алгоритмов
28. Вычислительный процесс решения возмущенной системы Стокса.

Примерное задание из экзаменационного билета для промежуточной аттестации.

ПКЗ ПА. Решение эллиптической задачи о внутренних источниках.

Описать постановку задачи, теоретические основы построения метода решения, построить метод решения.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Итоговая оценка промежуточной аттестации складывается из наличия теоретических знаний, практических навыков и умений. На основе анализа результатов обучения «Знать», «Уметь», «Владеть» выставляется оценка по каждой из указанных категорий в соответствии с критериями и показателями результата оценивания результата обучения, приведенными в таблице выше. Итоговую оценку рекомендуется ставить как среднюю из оценок по трем категориям результатов обучения при пересчете на 5-бальный эквивалент («неудовлетворительно» - 2, «удовлетворительно» - 3, «хорошо» - 4, «отлично» - 5). При этом, если по одной из категорий оценка «неудовлетворительно», то может быть выставлена общая оценка «удовлетворительно» (не выше) при наличии положительных оценок по другим категориям. Если по двум категориям оценка «неудовлетворительно», общая оценка «неудовлетворительно».