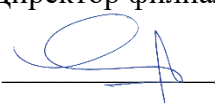


Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова  
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова  
в городе Сарове

УТВЕРЖДАЮ  
Директор филиала МГУ в городе  
Сарове  
 /В.В. Воеводин/

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Наименование дисциплины (модуля):**

---

**«Математические модели гидродинамики»**

**Уровень высшего образования:**

*Подготовка магистров (неинтегрированная магистратура)*

---

**Направление подготовки (специальность):**

**«Прикладная математика и информатика» (01.04.02)**

---

**Направленность (профиль) ОПОП:**

"Вычислительные методы и методика моделирования"

"Суперкомпьютерные технологии математического моделирования и обработки данных"

---

Форма обучения

очная

Саров 2021

## **1. Область применения и нормативные ссылки**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки по направлениям 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

## **2. Цели освоения дисциплины**

Специалистам в области математического моделирования и численных методов необходимо владеть основными познаниями в области механики сплошной среды, которой относится большое количество практически важных задач. В курсе изложены основные подходы к построению математических моделей механики сплошной среды. Рассматривается вывод уравнений классической газовой динамики (как интегральных, так и дифференциальных) на основе законов сохранения, уравнений Навье-Стокса, уравнений движения несжимаемой жидкости. Основной задачей курса является знакомство с методами построения математических моделей для различных задач механики сплошной среды. Особое внимание уделяется частным аналитическим решениям ряда классических задач газовой динамики, которые необходимы как для понимания особенностей течения жидкостей и газов в различных ситуациях, так и для использования в качестве эталонных и тестовых при численном решении в ходе вычислительного эксперимента. Семинарских занятий не предусмотрено.

## **3. Компетенции обучающегося, которые формируются в результате освоения дисциплины**

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

- способностью к интеллектуальному, культурному, нравственному, физическому и профессиональному саморазвитию, стремлению к повышению своей квалификации и мастерства (ОК-16);
- способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-3);
- способностью в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности (ПК-4);
- способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этническим проблемам (ПК-7).

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **Знать** основные подходы к построению моделей механики сплошной среды, постановки и способы аналитического решения классических задач гидродинамики.
- **Уметь** применять при решении теоретических и практических задач механики сплошной среды полученные знания.
- **Иметь навыки** по решению научных и практических задач.

#### **4. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Математические модели гидродинамики» относится к профессиональному циклу дисциплин (Б.3) и входит в его вариативную часть. Дисциплина соответствует профилю, реализуемому на факультете ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова.

Базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и геометрия»; «Математический анализ I-III»; «Дифференциальные уравнения».

Для овладения студентам должны обладать:

- **знаниями** основных разделов линейной алгебры и геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений;
- **навыками** аналитического решения стандартных практических задач;
- **компетенциями:**
  - способностью осознать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности (ОК-9);
  - способностью и готовностью к письменной и устной коммуникации на родном языке (ОК-10);
  - способностью владения навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-11);
  - способностью демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ПК-1);
  - способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-2).

Освоение дисциплины будет использовано:

- при выполнении практикума на ЭВМ;
- при прохождении практики;
- при подготовке выпускной квалификационной работы;
- при сдаче государственного экзамена.

#### **5. Тематический план учебной дисциплины**

№	Аудиторные часы	Самостоятельная
---	-----------------	-----------------

	Наименование раздела	Лекции	Семинары	работа
1.	Уравнения движения сплошной среды.	16	-	8
2.	Модель идеального газа	26	-	12
3.	Модель ньютоновской вязкой жидкости.	12	-	6
4.	Разностные схемы для уравнений движения сплошной среды	18	-	10
	Итого	72	-	36
	Всего	108		

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

### **6. Формы контроля знаний. Критерии оценки знаний, навыков**

Структура дисциплины «Математические модели гидродинамики» по видам работ

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекц.	Прак.	Сам.	
1.	Уравнения движения сплошной среды.	7	1-4	16		8	
2.	Модель идеального газа	7	4-10	26		12	Письменный опрос
3.	Модель ньютоновской вязкой жидкости.	7	11-13	12		6	
4.	Разностные схемы для уравнений движения сплошной среды.	7	13-16	18		10	

Порядок формирования оценок по дисциплине «Математические модели гидродинамики» – оценка на экзамене по пятибалльной шкале.

## **7. Содержание дисциплины**

### **1. Уравнения движения сплошной среды.**

Исходные понятия (гипотеза сплошности, кинетика). Подход Эйлера и подход Лагранжа к описанию движения сплошной среды. Объемные и поверхностные силы. Напряжения в сплошной среде. Тензор напряжений в покоящейся жидкости, давление. Деформация сплошной среды. Тензор деформации и скорости деформации. Законы сохранения в сплошной среде. Закон сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии. Некоторые сведения из термодинамики. Замыкание системы уравнений газовой динамики. Уравнение состояния.

### **2. Модель идеального газа.**

Уравнение состояния идеального газа. Одномерное движение идеального газа. Лагранжевы массовые координаты. Уравнения движения и энергии в массовых координатах. Различные формы записи уравнения энергии. Адиабатический процесс. Акустическое приближение. Система уравнений акустики. Скорость звука. Решение системы уравнений акустики. Характеристическая форма записи газовой динамики в переменных Лагранжа и Эйлера. Инварианты Римана. Система уравнений газовой динамики в инвариантах Римана. Разрывные решения. Соотношения Гюгонио. Контактный разрыв. Ударная волна. Адиабата Гюгонио. Адиабата Пуассона. Теорема Цемплена. Задача о поршне. Центрированные простые волны.

### **3. Модель ньютоновской вязкой жидкости.**

Ньютоновская вязкая жидкость и ее реологическое уравнение. Тензор вязких напряжений. Законы сохранения импульса, массы и энергии для вязкой несжимаемой жидкости. Уравнения Навье-Стокса. Безразмерные параметры подобия. Числа Рейнольдса, Фруда, Эйлера, Грасгофа, Рэлея. Их физический смысл. Приближение пограничного слоя. Уравнения Прандтля. Продольное обтекание бесконечно тонкой пластины. Уравнения движения вязкой несжимаемой теплопроводящей жидкости. Приближение Буссинеска. Завихренность и функция тока в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Уравнение для распределения завихренности. Плоское движение. Конвективная устойчивость. Задача Рэлея.

### **4. Разностные схемы для уравнений движения сплошной среды.**

Интегро-интерполяционный метод построения разностных схем. Понятие консервативности и полной консервативности. Разностные схемы для одномерных уравнений газовой динамики в переменных Лагранжа. Разностные схемы для уравнений Навье-Стокса в переменных

«завихренность, функция тока». Баланс кинетической энергии в дифференциальном и разностном случае. Граничные условия для функции тока и завихренности. Разностная схема для уравнения конвективной теплопроводности. Разностная схема для уравнений Навье-Стокса в переменных в переменных «скорость, давление».

## **8. Образовательные технологии**

Используются традиционные технологии проведения лекций в потоковых аудиториях. Методические материалы для дисциплины «Математические модели гидродинамики» отражены на сайте в Интернете.

## **9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента**

### *Экзаменационные вопросы.*

1. Исходные понятия (гипотеза сплошности, кинетика). Объемные и поверхностные силы.
2. Напряжения в сплошной среде. Тензор напряжений в покоящейся жидкости, давление.
3. Деформация сплошной среды. Тензор деформации и скорости деформации.
4. Подход Эйлера и подход Лагранжа к описанию движения сплошной среды. Координаты Эйлера и Лагранжа. Переход от одних координат к другим.
5. Формула Эйлера о дифференцировании якобиана. Производная от объемного интеграла (транспортная теорема Рейнольдса).
6. Законы сохранения в сплошной среде. Закон сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии. Различные формы записи.
7. Модель идеального газа. Уравнения движения и энергии. Замыкание системы уравнений газовой динамики.
8. Некоторые сведения из термодинамики. Уравнение состояния идеального газа. Уравнение адиабаты. Энтропия.
9. Одномерное движение идеального газа. Лагранжевы массовые координаты. Уравнения движения и энергии в массовых координатах. Различные формы записи уравнения энергии. Адиабатический процесс.
10. Акустическое приближение. Система уравнений акустики. Скорость звука. Решение системы уравнений акустики.
11. Характеристическая форма записи газовой динамики в переменных Лагранжа и Эйлера.
12. Инварианты Римана. Система уравнений газовой динамики в инвариантах Римана. Физический смысл инвариантов Римана. Простые волны.
13. Интегральные уравнения одномерного течения газа. Разрывные решения. Соотношения Гюгонио.

14. Контактный разрыв. Ударная волна. Адиабата Гюгонио.
15. Адиабата Пуассона. Теорема Цемплена.
16. Задача о поршне. Центрированные простые волны.
17. Ньютоновская вязкая жидкость и ее реологическое уравнение. Тензор вязких напряжений. Уравнения Навье-Стокса.
18. Законы сохранения импульса, массы и энергии для вязкой несжимаемой жидкости.
19. Безразмерные параметры подобия. Числа Рейнольдса, Фруда, Эйлера, Грасгофа, Рэлея. Их физический смысл.
20. Приближение пограничного слоя. Уравнения Прандтля. Продольное обтекание бесконечно тонкой пластины.
21. Уравнения движения вязкой несжимаемой теплопроводящей жидкости. Приближение Буссинеска.
22. Частные случаи и точные решения: движение между двумя плоскостями, жидкость, стекающая по наклонной плоскости, сглаживание плоского разрыва (разрывные начальные условия по скорости, сглаживание разрыва по температуре в движущейся среде, механическое равновесие в неравномерно нагретой жидкости).
23. Завихренность и функция тока в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Уравнение для распределения завихренности. Плоское движение.
24. Конвективная устойчивость. Задача Рэлея.
25. Разностные схемы для уравнений Навье-Стокса в переменных «завихренность, функция тока». Баланс кинетической энергии в дифференциальном и разностном случае. Граничные условия для функции тока и завихренности. Разностная схема для уравнения конвективной теплопроводности.
26. Разностная схема для уравнений Навье-Стокса в переменных в переменных «скорость, давление».
27. Понятие консервативности и полной консервативности.

### **10. Учебно-методическое и информационное обеспечение. Программные средства**

#### *Базовый учебник*

- 1.Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Наука, 1978
2. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. 3-е изд. М.:Наука, 1992
- 3.Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.:Наука, 1976

#### *Основная литература*

- 1.Седов Л.И. Механика сплошной среды. т.1,II.-М.:Наука, 1973
2. Рожденственный Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. уравнений. М.:Наука, 1978

#### *Дополнительная литература*

- 1.Н.Е.Кочин,И.А.Кибель, Н.В.Розе. Теоретическая гидромеханика.ч.1,II.ОГИЗ,1948

2.Г.З.Гершуни, Е.М.Жуховицкий Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.:Наука, 1978

*Лицензионное программное обеспечение, в том числе отечественного производства*

При реализации дисциплины может быть использовано следующее программное обеспечение:

1. Программный продукт Red Hat Enterprise Linux Server for HPC Compute Node for Power, LE, Self-support 4 шт. №5540331
2. Программный продукт Red Hat Enterprise Linux Server for HPC Head Node for Power, LE, Standard 1 шт. №5540332
3. Операционная система SUSE Linux Enterprise Server 11 SP4 for x86\_64 16 шт.
4. Операционная система Red Hat Enterprise Linux Server 5.0 for x86\_64 14шт.
5. Операционная система SUSE Linux Enterprise Server 10 SP3 for ppc64 7 шт.
6. Операционная система Ubuntu 18.04.
7. Программное обеспечение для виртуализации Oracle VM VirtualBox
8. Операционная система ALTLinuxMATEStarterkit 9 лицензияGPL
9. Программный продукт JetBrains IntelliJ IDEA Community Edition Free Educational Licenses
10. Программный продукт JetBrainsPyCharm Community Edition Free Educational Licenses
11. Программный продукт JetBrainsCLion Community Edition Free Educational Licenses
12. Программный продукт UPPAAL (<http://www.uppaal.org/>) академическая лицензия
13. Программный продукт Java 8 (64-bit)Oracle Corporation
14. Программный продукт Java SE Development Kit 8(64-bit) Oracle Corporation
15. Программный продукт NetBeans IDE 8.2 NetBeans.org
16. Программный продукт Dev-C++ Bloodshed Software
17. Программный продуктCodeBlocksThe Code::Blocks Team
18. Программный продукт Free Pascal 3.0.0Free Pascal Team
19. Программный продукт Python 3.5.1 (64-bit)Python Software Foundation
20. Программный продукт R for Windows 3.2.2 R Core Team
21. Программный продуктHaskell Platform 7.10.3 Haskell.org
22. Операционная система Microsoft Windows 7 корпоративная академическая лицензия
23. Операционная система Microsoft Windows 10 Education академическая лицензия
24. Программный продукт Microsoft ProjectProfessional 2013 академическая лицензия
25. Программный продукт Microsoft VisioProfessional 2013 академическая лицензия



26. Программный продукт Microsoft VisualStudioProfessional 2013 - RUS [Русский (Россия)] академическая лицензия

*Профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

1. <http://www.edu.ru> – портал Министерства образования и науки РФ
2. <http://www.ict.edu.ru> – система федеральных образовательных порталов «ИКТ в образовании»
3. <http://www.openet.ru> - Российский портал открытого образования
4. <http://www.mon.gov.ru> - Министерство образования и науки Российской Федерации
5. <http://www.fasi.gov.ru> - Федеральное агентство по науке и инновациям

**11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Наличие литературы в библиотеке учебных пособий.