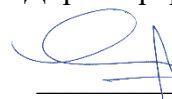


Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова
в городе Сарове

УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала МГУ в городе
Сарове



_____/В.В. Воеводин/

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

«Непрерывные математические модели»

Уровень высшего образования:

Подготовка магистров (неинтегрированная магистратура)

Направление подготовки (специальность):

«Прикладная математика и информатика» (01.04.02) (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:

«Вычислительные методы и методика моделирования», «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования и обработки данных»

Форма обучения:

Очная

Саров 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы магистратуры в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2020 г. №1366.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Непрерывные математические модели

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в магистратуре

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика». Направленность (профиль) «Вычислительные методы и методика моделирования», «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования и обработки данных».

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в базовую часть магистерских образовательных программ «Вычислительные методы и методика моделирования», «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования и обработки данных», модуль «Математическое моделирование», изучается в 1-ом семестре.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Способность создавать и анализировать математические модели профессиональных задач, учитывать ограничения и границы применимости моделей, интерпретировать полученные математические результаты (ОПК-3). Способность формулировать и решать актуальные задачи в области фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1).	Знать: основные математические модели в таких классических областях естествознания как физика, биология и экономика; постановки задач, соответствующих рассматриваемых в курсе моделям; общие принципы построения математических моделей в области естественных наук;

<p>Способность применять классические и современные математические методы для постановки задач математического моделирования в различных областях науки и техники, осуществлять математическое моделирование физических, технологических и природных процессов (МПК-1).</p>	<p>Уметь: выводить уравнения, составляющие основу рассматриваемых в курсе моделей; выбирать переменные и параметры, присущие изучаемому явлению и составлять количественные или иные соотношения между ними; самостоятельно и в составе научного коллектива строить новые модели изучаемых явлений, проводить на их основе научные исследования и получать новые научные результаты;</p> <p>Владеть: навыками построения математических моделей сложных систем и проведения численных экспериментов с ними.</p>
---	---

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет **3** зачетные единицы, всего **108** часов, в том числе:

- контактная работа с преподавателем – 36 часов занятий лекционного типа;
- самостоятельная работа учащегося (выполнение домашних заданий, решение типовых задач, работа с литературой, написание рефератов и т.п.) - 72 часа самостоятельных занятий и самоподготовка учащегося.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть базовыми знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, дифференциальным уравнениям, численным методам.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения в качестве примера виртуального аналога сложных систем используются ресурс nfusion.cs.msu.ru.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Излагаются и обсуждаются методы математического моделирования физических, биологических и экономических процессов. Выводятся уравнения, составляющие основу рассматриваемых моделей. Обсуждаются постановки задач. Подробно изучаются методы решения

поставленных задач. Проводится анализ свойств решений поставленных задач и эффектов, заложенных в рассматриваемых моделях. Приводятся также обзор некоторых результатов в области суперкомпьютерного моделирования.

Methods of mathematical modeling of physical, biological and economic processes are described and discussed. The equations that form the basis of the models in question are displayed. Statements of tasks are discussed. Methods of solving the set problems are studied in detail. The properties of solutions to the set problems and effects laid down in the considered models are analyzed. An overview of some of the results in supercomputer modeling is also provided.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	В том числе								
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа учащегося, часы			
	из них					из них			
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Тема 1. Введение. Основные представления о роли математического моделирования.	4						2	2	4

<p>Математическое моделирование в науке как средство изучения природных, инженерных и общественных систем. Принципы построения математических моделей. Понятие вычислительного эксперимента. Понятие виртуальных аналогов сложных объектов и суперкомпьютерное моделирование. Примеры явлений, которые могут быть изучаемы только методами математического моделирования. Примеры задач, которые могут решаться только с применением суперкомпьютеров.</p>									
<p>Тема 2. Математические модели на основе уравнений в частных производных второго порядка.</p> <p>Типы линейных уравнений в частных производных второго порядка. Инвариантность типа уравнения относительно замены переменных.</p> <p>Вывод уравнений теплопроводности и диффузии в одномерном и трехмерном случаях. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Корректность постановки краевых задач для уравнений параболического типа.</p> <p>Метод разделения переменных для решения задач теплопроводности в одномерном и трехмерном случаях.</p>	16					8	8		16

Модель цепной реакции в диффузионном приближении. Понятие критической массы.

Задача для уравнения теплопроводности на прямой и в неограниченном пространстве.

Процессы, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Уравнение колебаний струны. Уравнение продольных колебаний стержня. Уравнения акустики. Уравнения Максвелла и вывод из них волнового уравнения.

Постановка задач для уравнения колебаний. Формула Даламбера и скорость распространения волн. Метод разделения переменных для решения задачи о колебаниях струны. Вынужденные колебания, явление резонанса.

Описание стационарного распределения тепла с помощью уравнения эллиптического типа. Уравнения электростатики и магнитостатики. Корректная постановка краевых задач для уравнений эллиптического типа. Метод разделения переменных. Потенциалы.

<p>Тема 3. Математические модели биологии, экологии и социально-экономических процессов.</p> <p>Модели неограниченного роста популяции и модель с учетом ограниченности ресурса. Модели потребления-восстановления биоресурса. Понятие об устойчивом и неустойчивом стационарных режимах.</p> <p>Классическая модель Лотки-Вольтерра «хищник-жертва». Режимы установившихся колебаний.</p> <p>Обобщенная модель Лотки-Вольтерра. Модели трофической цепи, конкуренции и симбиоза.</p> <p>Математическая модель взаимодействия загрязнения с окружающей средой. Математическая модель очистки сточных вод.</p> <p>Учет пространственных распределений в модели Лотки-Вольтерра.</p> <p>Модели распространения эпидемий и инфекционных заболеваний.</p> <p>Модель боевых действий (модель Ланчестера) и ее модификации).</p>	16					8	8	16	
Итого	36					72			

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовке к практическим заданиям, написании и отладке программ и численном решении предложенных задач.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная учебно-методическая литература

1) см. **Основная литература и интернет-ресурсы**

Дополнительная учебно-методическая литература

2) см. **Дополнительная литература и интернет-ресурсы**

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный интерактивной или меловой доской и средствами интерактивной видеотрансляции.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

д.ф.- м.н., профессор Сычугов Дмитрий Юрьевич

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине «Непрерывные математические модели»

Промежуточная аттестация состоит в выполнении практических заданий и отчетов-рефератов по каждому заданию, проверяющих приобретенные учащимся умения и навыки, и индивидуального собеседования, проверяющего приобретенные знания. Отчет - реферат на тему (примерно) «Обзор современного состояния математического моделирования в той или иной области естествознания» (по выбору слушателя, но при этом согласуется с преподавателем).

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
Знание: основных математических моделей естественных наук и социально-экономических процессов и их принципах построения.	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления об основных математических моделях естественных наук и социально-экономических процессов и их принципах построения.	В целом сформированные, но неполные знания об основных математических моделях естественных наук и принципах их построения.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания об основных математических моделях естественных наук и социально-экономических процессов и их принципах построения.	Сформированные систематические знания об основных математических моделях естественных наук и социально-экономических процессов и их принципах построения.	индивидуальное собеседование, оценка обзорного реферата, и также умения решать типовые задачи
Уметь: выводить уравнения, составляющие основу	Отсутствие умений	Фрагментарное умение выводить уравнения; отсутствие способно-	В целом сформированное, но не систематическое умение	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение работать с уже создан-	Сформированное систематическое умение работать с уже созданными ранее спе-	индивидуальное собеседование, оценка обзорного

рассматриваемых в курсе моделей; выбирать переменные и параметры, присущие изучаемому явлению и составлять количественные или иные соотношения между ними.		сти проводить анализ явлений, исходя из свойств их моделей.	выводить уравнения; и проводить анализ явлений, исходя из свойств их моделей	ными ранее моделями.	циализированными моделями. Способность к их модификации.	реферата
Владеть навыками проведения численных экспериментов	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками проведения численных экспериментов	В целом сформированное, но не систематическое владение навыками проведения численных экспериментов	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы владения проведения численных экспериментов	Сформированное систематическое владение численных экспериментов	индивидуальное собеседование, оценка обзорного реферата

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Отчет - реферат на тему (примерно) «Обзор современного состояния математического моделирования в той или иной области естествознания» (по выбору слушателя).

Примерный список задач к экзамену

1. Исследовать тип уравнения $u_{xx} + x \cdot u_{yy} = f(x, y, u)$ и в области гиперболичности привести его к каноническому виду.
2. Исследовать тип уравнения $u_{xx} - y \cdot u_{yy} = f(x, y, u)$ и в области эллиптичности привести его к каноническому виду.

3. Решить задачу и построить графики решения при $t = 0.25; 0.5; 0.75; 1$.

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0;$$

$$u(x,0) = \sin(\pi x), \quad \text{если } |x| < 1, \text{ и нуль, если } |x| > 1;$$

$$u_t(x,0) = 0.$$

4. Решить задачу Коши

$$u_t = u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0;$$

$$u(x,0) = 1, \quad \text{если } |x| < 1, \text{ и нуль, если } |x| > 1;$$

u – ограниченная функция.

5. Решить краевую задачу

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0;$$

$$u(x,0) = 1;$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0;$$

6. Решить краевую задачу

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0;$$

$$u(x,0) = \sin 2\pi x;$$

$$u_t(x,0) = \sin 3\pi x.$$

7. Ядерный реактор имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длины ребер относятся друг к другу, как 1:2:3. Во сколько раз у такого реактора критическая масса больше, чем у реактора кубической формы? При расчетах использовать модель цепной реакции в диффузионном приближении.

8. В биологическом реакторе динамика массы бактерий $u(t)$ описывается уравнением $\frac{du}{dt} = a \cdot u(t) \cdot \left(1 - \frac{u(t)}{u_0}\right)$, где a - коэффициент размножения бактерий, u_0 - предельная масса бактерий, для которой хватает ресурса. В начальный момент времени масса бактерий составляла $u_0/2$. Определить, за какое время масса бактерий достигнет величины $0.99 \cdot u_0$.

9. На охотничьем участке число белок $u(t)$ описывается уравнением $\frac{du}{dt} = a \cdot u(t) \cdot \left(1 - \frac{u(t)}{u_0}\right) - b$, где a - годовой коэффициент размножения белок, u_0 - предельное число белок, для которых хватает корма, b - общее число отстреливаемых белок за год. Известно, что охотники отстреливают белок больше примерно на 50% сверх того, что им разрешено по лицензии, а неучтенный товар продают «налево». Какое предельное число лицензий можно выдавать, чтобы популяция белок не исчезла?

10. Написать систему уравнений хищник-жертва для ареала, населенного четырьмя видами: A - ресурс, B и C - хищники промежуточного уровня, конкурирующие между собой за ресурс (друг друга не едят), и D - хищник высшего уровня, поедающего виды B и C (при этом он ресурс A не трогает).

11. К началу сражения обе враждебные группировки A и B обладали абсолютно одинаковыми ресурсами (числом боевых единиц и их характеристиками). Однако командование группы B избрало пассивную оборонительную тактику. Пользуясь этим просчетом, командование группы A направило все свои силы на уничтожение первой половины группы B , а когда первое сражение закончилось, все оставшиеся силы группы A были брошены на уничтожение второй половины группы B . Сколько единиц группы A уцелело, когда закончилось второе сражение?

Основная литература и интернет-ресурсы

1. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. Уравнения математической физики. - М., Наука, 1977, 735 с.

2. Е.В.Захаров, И.В.Дмитриева, С.И.Орлик. Уравнения математической физики. – М., изд. центр «Академия» , 2010, 315 с.
3. А.А.Самарский, А.П.Михайлов. Математическое моделирование. – М., Физматлит, 2001.
4. Суперкомпьютерные технологии в науке, образовании и промышленности. Под редакцией: акад. В.А. Садовниченко, акад. Г.И. Савина, чл.-корр. РАН Вл.В. Воеводина, сборник, 2009, т. 1, изд-во Московского университета Москва, 232 с.
5. П.С.Краснощеков, А.А.Петров. Принципы построения моделей. – М.: МГУ, 1983.
6. Д.И.Трубецков. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней. Изв. вузов «ПНД», т.19. № 1, 2011, стр. 69-87.
7. Ю.Н.Днестровский, Д.П.Костомаров. Математическое моделирование плазмы. Москва, «Наука», 1993.
8. В.А. Глухих, В.А. Беляков, А.Б. Минеев. Физико-технические основы управляемого термоядерного синтеза. Учебное пособие. Санкт-Петербург, издательство Политехнического университета, 2006.

Дополнительная литература и интернет-ресурсы

1. Ю.Н. Дерюгин. Суперкомпьютерные технологии в промышленности. Опыт применения и актуальные задачи. 23 октября 2013 г. ospcon.ru/files/media/Deryugin.pdf
2. К. Калгин. Обзор конференции НСКФ-2013 «Национальный Суперкомпьютерный Форум 2013». г. Переславль-Залесский Институт программных систем имени А.К. Айламазяна РАН 26-29 ноября 2013г.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. nfusion.cs.msu.ru
2. plasma-fusion.cs.msu.ru