

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова в городе
Сарове

«УТВЕРЖДАЮ»



**Директор филиала МГУ в г.Сарове
Член-корреспондент РАН В.В. Воеводин**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины:

Теория групп и элементарные частицы

Уровень высшего образования:

Магистратура

Направление подготовки:

03.04.02 Физика

Направленность (профиль) ОПОП:

Теоретическая физика

Квалификация «Магистр»

Форма обучения: Очная

Саров 2021 г.

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 03.04.02 Физика в редакции приказа по МГУ от 30 декабря 2020 г. №1366.

Разработчик (разработчики) программы д.ф.-м.н. , ведущий научный сотрудник ОТФВЭ НИИЯФ МГУ И.П. Волобуев



1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:

Указать (в соответствии с учебным планом): относится к базовой или вариативной части; является/не является дисциплиной по выбору (элективной (избираемой в обязательном порядке) дисциплиной (модулем)); название блока (при необходимости – раздела, модуля), к которому относится данная дисциплина (модуль)

Дисциплина «Теория групп и элементарные частицы» реализуется в 1-м семестре магистратуры и является частью общенаучного блока вариативной части.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

Освоение следующих дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория функции комплексной переменной».

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю):

В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Формируемые компетенции (код компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
<ul style="list-style-type: none">Способность использовать знания современных проблем и новейших достижений в области теоретической физики в своей научно-исследовательской деятельности (СПК-1).	ЗНАТЬ основные законы и направления современных научных исследований в области теоретической физики. УМЕТЬ на основе фундаментальных знаний в области теоретической физики, определять возможные направления научных исследований. ВЛАДЕТЬ необходимой информацией из современных отечественных и зарубежных источников по тематике избранного направления исследования области теоретической физики.
<ul style="list-style-type: none">Способность организовать и планировать физические исследования, ставить конкретные задачи научных исследований в области теоретической	ЗНАТЬ базовые принципы организации научных исследований с использованием информационных технологий, основные методики работы на современном научном оборудовании. УМЕТЬ используя знания в области теоретической физики проводить научные исследования.

физики и решать их с помощью современной аппаратуры, оборудования и информационных технологий (СПК-2).	ВЛАДЕТЬ навыками планирования научного исследования, анализа получаемых результатов, обобщения, оформления и публичного представления полученных результатов.
<ul style="list-style-type: none"> Способность определять основные направления внедрения научных результатов в области теоретической физики (СПК-3). 	ЗНАТЬ основные направления инновационного развития в области теоретической физики. УМЕТЬ проводить необходимый анализ современных тенденций научных инноваций в области теоретической физики для подготовки предложений по внедрению полученных научных результатов. ВЛАДЕТЬ методами обоснования возможного применения полученных научных результатов с учетом современных достижений в области теоретической физики.

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

Тема 1. Основные понятия теории групп

Группы преобразований и абстрактные группы. Гомоморфизмы групп. Подгруппы. Однородные пространства. Фактор-группа. Прямое и полупрямое произведения групп. Классификация групп по степени некоммутативности. Коммутаторная подгруппа. Производная и центральная убывающая последовательности. Разрешимые и полупростые группы. Конечные группы. Сдвиг по группе. Матричные группы, вычисление размерностей. Топологические группы и однородные пространства.

Тема 2. Группы Ли

Элементы анализа на многообразиях. Локальные координаты. Касательное и кокасательное пространства. Векторные поля и дифференциальные формы. Ассоциативные алгебры и алгебры Ли. Отображения многообразий. Группы Ли как дифференцируемые многообразия. Примеры групп Ли. Алгебра Ли группы Ли как множество левоинвариантных векторных полей. Однопараметрические группы преобразований. Экспоненциальное отображение.

Тема 3. Представления групп

Линейные представления и сплетающие операторы. Примеры представлений и сплетающих операторов. Контраградиентное представление. Эквивалентные и неэквивалентные представления. Унитарные представления. Тензорное произведение представлений. Комплексификация и о вещественности представлений. Представления групп Ли. Унитарные представления в гильбертовых пространствах. *Представления в функциональных пространствах. Индуцированные представления.* Разложение представлений. Разложение конечномерных представлений. Приводимые и вполне приводимые представления. Неприводимые представления. Свойства сплетающих операторов. Лемма Шура. Соотношения ортогональности для матричных элементов неприводимых представлений. Число неприводимых представлений конечной группы.

Тема 4. Группа SU(2)

Группа пространственных вращений и группа SU(2). Алгебра Ли группы SU(2), повышающий и понижающий операторы. Старший вес и неприводимые представления группы SU(2). Матричные элементы неприводимых представлений. Оператор Казимира группы SU(2). Разложение на неприводимые тензорного произведения неприводимых представлений и коэффициенты Клебша - Гордана.

Тема 5. Симметрическая группа

Перестановки, закон композиции, разложение на циклы, классы сопряженных элементов. Четность перестановки. Альтернирующая или знакопеременная подгруппа. Образующие симметрической группы. Теорема Кэли. *Однородные пространства симметрической группы.* Схемы и таблицы Юнга. Представления симметрической группы в линейном пространстве функций на однородном пространстве. Неприводимые представления симметрической группы. Формула крюков для вычисления размерностей неприводимых представлений. Коэффициенты Клебша-Гордана для симметрической группы.

Тема 6. Группа SU(3)

Фундаментальные представления группы SU(3). Инвариантные спин-тензоры и неприводимые представления группы SU(3), *вычисление размерностей.* Алгебра Ли группы SU(3), матрицы Гелл-Мана. Двойственность Шура-Вейля. Классификация неприводимых представлений группы SU(3) в терминах схем Юнга. Коэффициенты Клебша-Гордана группы SU(3). Операторы Казимира группы SU(3). Базис генераторов в комплексифицированной алгебре Ли группы SU(3). *Квадратичный и кубичный операторы Казимира. Вычисление собственных значений квадратичного оператора Казимира.* Модель Эллиотта для описания легких ядер.

Тема 7. Теоретико-групповая структура Стандартной модели

Кварковая модель. Классификация мезонов и барионов по представлениям группы SU(3) Спинные, изоспинные и пространственные волновые функции с определенной симметрией относительно перестановок для систем бозонов и фермионов. *Группа SU(2) как результат калибровочного описания взаимодействия Ферми.* Классификация спинорных полей по представлениям группы SU(3)xSU(2)xU(1). Трансформационные свойства поля Хиггса. Спонтанное нарушение симметрии и электромагнитная калибровочная группа U(1)_{em}.

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося			Всего академических часов	(наименование)Форма текущего контроля успеваемости*
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы		
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Тема 1. Основные понятия теории групп	2	2	6	10	
Тема 2. Группы Ли	2	2	4	8	
Тема 3. Представления групп	4	4	8	16	
Тема 4. Группа SU(2)	2	2	4	8	
Тема 5. Симметрическая группа	2	2	4	8	
Тема 6. Группа SU(3)	3	3	6	12	
Тема 7. Теоретико-групповая структура Стандартной модели	3	3	4	6	

Другие виды самостоятельной работы (при наличии): <i>Например,</i> <i>Курсовая работа</i> <i>Творческая работа (эссе)...</i>	—	—	—	—	—
Промежуточная аттестация (зачет(ы) и (или) экзамен(ы))	4			4	—
Итого	18	18	36	72	—

*

Примеры форм текущего контроля успеваемости:

опрос;

тестирование;

контрольная работа;

коллоквиум;

реферат и и.д.

5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Тема 1. Основные понятия теории групп	Группы преобразований и абстрактные группы. Гомоморфизмы групп. Подгруппы. Однородные пространства. Фактор-группа. Прямое и полупрямое произведения групп. Классификация групп по степени некоммутативности. Коммутаторная подгруппа. Производная и центральная убывающая последовательности. Разрешимые и полупростые группы. Конечные группы. Сдвиг по группе. Матричные группы, вычисление размерностей. Топологические группы и однородные пространства.
2.	Тема 2. Группы Ли	Элементы анализа на многообразиях. Локальные координаты. Касательное и кокасательное пространства. Векторные поля и дифференциальные формы. Ассоциативные алгебры и алгебры Ли. Отображения многообразий. Группы Ли как дифференцируемые многообразия. Примеры групп Ли. Алгебра Ли группы Ли как множество левоинвариантных векторных полей. Однопараметрические группы преобразований. Экспоненциальное отображение.

3.	Тема 3. Представления групп	Линейные представления и сплетающие операторы. Примеры представлений и сплетающих операторов. Контраградиентное представление. Эквивалентные и неэквивалентные представления. Унитарные представления. Тензорное произведение представлений. Комплексификация и овеществление представлений. Представления групп Ли. Унитарные представления в гильбертовых пространствах. <i>Представления в функциональных пространствах. Индуцированные представления.</i> Разложение представлений. Разложение конечномерных представлений. Приводимые и вполне приводимые представления. Неприводимые представления. Свойства сплетающих операторов. Лемма Шура. Соотношения ортогональности для матричных элементов неприводимых представлений. Число неприводимых представлений конечной группы.
4.	Тема 4. Группа SU(2)	Группа пространственных вращений и группа SU(2). Алгебра Ли группы SU(2), повышающий и понижающий операторы. Старший вес и неприводимые представления группы SU(2). Матричные элементы неприводимых представлений. Оператор Казимира группы SU(2). Разложение на неприводимые тензорного произведения неприводимых представлений и коэффициенты Клебша - Гордана.
5.	Тема 5. Симметрическая группа	Перестановки, закон композиции, разложение на циклы, классы сопряженных элементов. Четность перестановки. Альтернирующая или знакопеременная подгруппа. Образующие симметрической группы. Теорема Кэли. <i>Однородные пространства симметрической группы.</i> Схемы и таблицы Юнга. Представления симметрической группы в линейном пространстве функций на однородном пространстве. Неприводимые представления симметрической группы. Формула крюков для вычисления размерностей неприводимых представлений. Коэффициенты Клебша-Гордана для симметрической группы.

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
6.	Тема 6. Группа SU(3)	<i>Фундаментальные</i> представления группы SU(3). Инвариантные спин-тензоры и неприводимые представления группы SU(3), <i>вычисление размерностей.</i> Алгебра Ли группы SU(3), матрицы Гелл-Мана. Двойственность Шура-Вейля. Классификация неприводимых представлений группы SU(3) в терминах схем Юнга. Коэффициенты Клебша-Гордана

		группы $SU(3)$. Операторы Казимира группы $SU(3)$. Базис генераторов в комплексифицированной алгебре Ли группы $SU(3)$. <i>Квадратичный и кубичный операторы Казимира. Вычисление собственных значений квадратичного оператора Казимира.</i> Модель Эллиотта для описания легких ядер.
7.	Тема 7. Теоретико-групповая структура Стандартной модели	Кварковая модель. Классификация мезонов и барионов по представлениям группы $SU(3)$. Спиновые, изоспиновые и пространственные волновые функции с определенной симметрией относительно перестановок для систем бозонов и фермионов. <i>Группа $SU(2)$ как результат калибровочного описания взаимодействия Ферми. Классификация спинорных полей по представлениям группы $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Трансформационные свойства поля Хиггса. Спонтанное нарушение симметрии и электромагнитная калибровочная группа $U(1)_{em}$.</i>

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

Перечень оценочных средств, применяемых на каждом этапе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине, представлены в таблице:

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
Оценочные средства текущего контроля		
Тематический опрос (в форме ответов на вопросы)	Средство контроля, организованное как специальная беседа по тематике предыдущей лекции и рассчитанное на выяснение объема и качества знаний, усвоенных обучающимися по определенному разделу, теме, проблеме.	Перечень тем, изучаемых в рамках дисциплины

Собеседование (в форме беседы, дискуссии по теме)	Средство контроля, организованное как свободная беседа, дискуссия по тематике изучаемой дисциплины, рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по всем изученным разделам, темам; свободного использования терминологии для аргументированного выражения собственной позиции.	Перечень тем, изучаемых в рамках дисциплины
Оценочные средства промежуточной аттестации		
Письменная работа	Средство, позволяющее оценить сформированность систематических представлений о методах научно-исследовательской деятельности.	Перечень вопросов к экзамену
Собеседование	Средство, позволяющее получить экспертную оценку знаний, умений и навыков для оценивания и анализа различных фактов и явлений в своей профессиональной области.	Требования к порядку проведения собеседования

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Найти все гомоморфизмы из группы R в группу $U(1)$ и из $U(1)$ в R .

Доказать, что порядок подгруппы конечной группы является делителем порядка группы.

В локальных координатах показать, что коммутатор двух векторных полей является векторным полем.

Доказать, что алгебру Ли группы Ли можно отождествить с касательным пространством к группе в единице.

С помощью усреднения по группе доказать, что любое представление конечной группы эквивалентно унитарному.

Найти генераторы группы Ли в тензорном произведении представлений.

Найти вид матриц приводимого, но не вполне приводимого представления.

Показать, что сплетающий оператор переводит инвариантное подпространство в инвариантное.

Найти представления группы $SU(2)$, для которых представление ее центра является тривиальным.
С помощью коэффициентов Клебша-Гордана для представлений изотопической группы $SU(2)$ найти отношение сечений рассеяния пи-плюс- и пи-минус-мезонов на протоне в области энергий дельта-резонансов.
Найти подгруппы и определить структуру группы S_3 .
Разложить представление группы перестановок координат трехмерного евклидова пространства на неприводимые.
Найти генераторы подгруппы $SO(3)$ действительных матриц группы $SU(3)$.
Найти представления группы $SU(3)$, для которых представление ее центра является тривиальным.
Найти возможные спиновые и изоспиновые волновые функции кварков для октета барионов.
Показать, что электромагнитная калибровочная группа $U(1)$ является диагональной подгруппой в прямом произведении $U(1) \times U(1)$. Объяснить смысл сомножителей.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Найти все гомоморфизмы из группы R в группу $U(1)$ и из $U(1)$ в R .
Доказать, что порядок подгруппы конечной группы является делителем порядка группы.
В локальных координатах показать, что коммутатор двух векторных полей является векторным полем.
Доказать, что алгебру Ли группы Ли можно отождествить с касательным пространством к группе в единице.
С помощью усреднения по группе доказать, что любое представление конечной группы эквивалентно унитарному.
Найти генераторы группы Ли в тензорном произведении представлений.
Найти вид матриц приводимого, но не вполне приводимого представления.
Показать, что сплетающий оператор переводит инвариантное подпространство в инвариантное.
Найти представления группы $SU(2)$, для которых представление ее центра является тривиальным.
С помощью коэффициентов Клебша-Гордана для представлений изотопической группы $SU(2)$ найти отношение сечений рассеяния пи-плюс- и пи-минус-мезонов на протоне в области энергий дельта-резонансов.
Найти подгруппы и определить структуру группы S_3 .
Разложить представление группы перестановок координат трехмерного евклидова пространства на неприводимые.
Найти генераторы подгруппы $SO(3)$ действительных матриц группы $SU(3)$.
Найти представления группы $SU(3)$, для которых представление ее центра является тривиальным.
Найти возможные спиновые и изоспиновые волновые функции кварков для октета барионов.
Показать, что электромагнитная калибровочная группа $U(1)$ является диагональной подгруппой в прямом произведении $U(1) \times U(1)$. Объяснить смысл сомножителей.

7. Ресурсное обеспечение:

7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература:

1. Петрашень М.И., Трифонов Е.Д. Применение теории групп в квантовой механике. М.: URSS, 2019.
2. Исаев А.П., Рубаков В.А. Теория групп и симметрий: Конечные группы. Группы и алгебры Ли. М.: URSS, 2018.
3. Курош А. Г. Теория групп. СПб.: Лань, 2021.

Дополнительная литература:

1. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. М.: Наука, 1978.
2. Хамермеш М. Теория групп и её применение к физическим проблемам. М.: Мир, 1966.
3. Эллиот Дж., Добер П. Симметрии в физике. Т.1/2. М.: Мир, 1983.
4. Н. Masahito. Group Representation for Quantum Theory. Springer, 2017 (www.springer.com/gp/book/9783319449043)
5. W. A Schwalm. Lectures on Selected Topics in Mathematical Physics. Morgan & Claypool Publishers, 2019 (iopscience.iop.org/book/978-1-64327-350-1).

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства
При реализации дисциплины может быть использовано следующее программное обеспечение:

1. Программный продукт Red Hat Enterprise Linux Server for HPC Compute Node for Power, LE, Self-support 4 шт. №5540331
2. Программный продукт Red Hat Enterprise Linux Server for HPC Head Node for Power, LE, Standard 1 шт. №5540332
3. Операционная система SUSE Linux Enterprise Server 11 SP4 for x86_64 16 шт.
4. Операционная система Red Hat Enterprise Linux Server 5.0 for x86_64 14шт.
5. Операционная система SUSE Linux Enterprise Server 10 SP3 for ppc64 7 шт.
6. Операционная система Ubuntu 18.04.

7. Программное обеспечение для виртуализации Oracle VM VirtualBox
8. Операционная система ALTLinuxMATEStarterkit 9 лицензияGPL
9. Программный продукт JetBrains IntelliJ IDEA Community Edition Free Educational Licenses
10. Программный продукт JetBrainsPyCharm Community Edition Free Educational Licenses
11. Программный продукт JetBrainsCLion Community Edition Free Educational Licenses
12. Программный продукт UPPAAL (<http://www.uppaal.org/>) академическая лицензия
13. Программный продукт Java 8 (64-bit)Oracle Corporation
14. Программный продукт Java SE Development Kit 8(64-bit) Oracle Corporation
15. Программный продукт NetBeans IDE 8.2 NetBeans.org
16. Программный продукт Dev-C++ Bloodshed Software
17. Программный продуктCodeBlocksThe Code::Blocks Team
18. Программный продукт Free Pascal 3.0.0Free Pascal Team
19. Программный продукт Python 3.5.1 (64-bit)Python Software Foundation
20. Программный продукт R for Windows 3.2.2 R Core Team
21. Программный продуктHaskell Platform 7.10.3 Haskell.org
22. Операционная система Microsoft Windows 7 корпоративная академическая лицензия
23. Операционная система Microsoft Windows 10 Educationакадемическая лицензия
24. Программный продукт Microsoft ProjectProfessional 2013 академическая лицензия
25. Программный продукт Microsoft VisioProfessional 2013 академическая лицензия
26. Программный продуктMicrosoft VisualStudioProfessional 2013 - RUS [Русский (Россия)] академическая лицензия

Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. <http://www.edu.ru> – портал Министерства образования и науки РФ
2. <http://www.ict.edu.ru> – система федеральных образовательных порталов «ИКТ в образовании»
3. <http://www.openet.ru> - Российский портал открытого образования
4. <http://www.mon.gov.ru> - Министерство образования и науки Российской Федерации
5. <http://www.fasi.gov.ru> - Федеральное агентство по науке и инновациям

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7.3. Описание материально-технического обеспечения.

В соответствии с требованиями п.5.3. образовательного стандарта МГУ по направлению подготовки «Физика».

8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.