

Вступительный экзамен по математике в магистратуру (2022)

ВАРИАНТ 1–1

1. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{9(\sin x)^2 + (\cos x)^2}.$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить в комплексных числах уравнение

$$z^2 + \bar{z} = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши

$$y'(x) + \operatorname{tg} x \cdot y(x) = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

5. Совместное распределение случайных величин X и Y задано следующей таблицей.

$Y \setminus X$	0	1	4
-2	0.1	0.1	0.2
2	0.1	0.3	0.2

Найти значение функции распределения случайной величины X в точке 1.7.

6. Выяснить, при каких целых числах $n \geq 1$ существует префиксный алфавитный код в кодирующем алфавите $\{0; 1\}$ со следующими длинами кодовых слов: 2; 2; 2; $2^n - 1$. Приведите пример такого кода для наименьшего возможного значения n .

7. Есть пустая хэш-таблица с первичной функцией хэширования $h_1(key) = key \% 13$ и вторичной функцией хэширования $h_i(key) = (h_{i-1}(key) + 3) \% 13$ для разрешения коллизий. Знак $\%$ означает взятие остатка при делении нацело. Есть набор ключей, добавляемых в таблицу: 12, 27, 35, 53, 66, 170. Порядок их добавления произвольный. Укажите количество различных расположений ключей в таблице, которые могут быть получены после завершения всех добавлений. Дайте обоснование своему ответу.